

Analisi Numerica e Ingegneria: sinergie e contaminazioni

Stefania Bellavia, Costanza Conti, Benedetta Morini,
Alessandra Papini, Margherita Porcelli

Analisi Numerica e Ingegneria sono naturalmente strettamente correlate. Sin dall'inizio degli anni '60 l'analisi numerica ha avuto un ruolo chiave nella risoluzione numerica di modelli matematici derivanti dall'ingegneria. Le simulazioni numeriche, ovvero la simulazione di particolari fenomeni mediante l'utilizzo di un computer, mantengono oggi un ruolo di fondamentale importanza per l'elevata potenza dei sistemi di calcolo attuali e il massiccio uso delle tecniche di intelligenza artificiale. Il passaggio dalla soluzione reale del problema alla sua approssimazione numerica si realizza attraverso diversi processi di semplificazione, ognuno dei quali inevitabilmente introduce degli errori. Tipicamente, si ricorre ad una discretizzazione del modello, ovvero ad una sua approssimazione in dimensione finita, e si troncano processi al limite. Infine, lo stesso elaboratore, dovendo operare in aritmetica finita, introduce errori di arrotondamento. Uno degli obiettivi degli analisti numerici è progettare algoritmi capaci di fornire un'approssimazione sufficientemente accurata della soluzione del problema reale.



Figura 88 – Flusso di processo per la soluzione di problemi complessi.

Il legame naturale tra Analisi Numerica e Ingegneria è rappresentato nel DIF dalla presenza della sezione di Analisi Numerica. Analisti Numerici afferiscono a dipartimenti di Ingegneria a Firenze dal 1983 in occasione della creazione del Dipartimento di Energetica. Grazie alla volontà e all'impegno del Prof. Sergio Stecco, al quale

Stefania Bellavia, University of Florence, Italy, stefania.bellavia@unifi.it, 0000-0002-3691-7836
Costanza Conti, University of Florence, Italy, costanza.conti@unifi.it, 0000-0001-6878-7784
Benedetta Morini, University of Florence, Italy, benedetta.morini@unifi.it, 0000-0002-9213-3622
Alessandra Papini, University of Florence, Italy, alessandra.papini@unifi.it, 0000-0002-1356-613X
Margherita Porcelli, University of Florence, Italy, margherita.porcelli@unifi.it, 0000-0003-0183-1204

Referee List (DOI 10.36253/fup_referee_list)

FUP Best Practice in Scholarly Publishing (DOI 10.36253/fup_best_practice)

Stefania Bellavia, Costanza Conti, Benedetta Morini, Alessandra Papini, Margherita Porcelli, *Analisi Numerica e Ingegneria: sinergie e contaminazioni*, © Author(s), CC BY 4.0, DOI 10.36253/979-12-215-0972-4.19, in Bruno Facchini, Giovanni Ferrara, Rocco Furferi (edited by), *Ingegneria Industriale & Ingegneria dell'Informazione per il territorio fiorentino – 1. Ingegneria Industriale*, pp. 135-140, 2026, published by Firenze University Press, ISBN 979-12-215-0972-4, DOI 10.36253/979-12-215-0972-4

il dipartimento venne intitolato dopo la sua scomparsa prematura, il Dipartimento di Energetica venne creato con l'obiettivo di unire competenze diversificate e capaci di affrontare aspetti termodinamici e fisici, matematici, meccanici, fluidodinamici, termici, chimici, impiantistici ed economici della conversione dell'energia. A testimonianza del radicamento della sezione di Analisi Numerica nel Dipartimento di Energetica, il Prof. Ferruccio Fontanella, ordinario di Analisi Numerica, fu Direttore del Dipartimento dal 1992 al 1998.

Gli Analisti Numerici che afferivano al Dipartimento di Energetica hanno poi aderito al Dipartimento di Ingegneria Industriale (DIEF) al momento della sua nascita. Attualmente la sezione di Analisi Numerica è costituita da 5 docenti strutturati, 2 Post-Doc, 2 studenti di dottorato.

La sezione di Analisi Numerica del DIEF si occupa principalmente dello studio e sviluppo di metodologie numeriche nell'ambito della teoria dell'approssimazione e dell'ottimizzazione continua, e collabora con i componenti del dipartimento nella loro applicazione a problemi ingegneristici. Più specificamente, i campi di ricerca relativi alla teoria dell'approssimazione sono l'approssimazione ed interpolazione di dati mediante splines, la modellazione geometrica per il CAGD, la generazione di griglie computazionali, lo studio di funzioni raffinati, wavelets e frames. Nell'ambito dell'ottimizzazione continua, l'attività di ricerca svolta dal Gruppo di Numerical Optimization and Data Analysis (NODA) è principalmente rivolta a problemi di grandi dimensioni mono e multi obiettivo, inclusi quelli che nascono nell'apprendimento automatico, e la ricerca riguarda la risoluzione numerica con e senza derivate, la gestione di vincoli sulle variabili, la realizzazione di software numerico robusto, affidabile e ben documentato per problemi complessi che nascono in settori applicativi diversi.

La sezione si contraddistingue per la ricerca in contesto internazionale e ha collaborazioni continue e consolidate con le seguenti Università ed enti di Ricerca: University of Novi Sad, Department of Mathematics (*accordo di Collaborazione Culturale e Scientifica*), Institut National Polytechnique de Toulouse (INP), Francia (*accordo di Collaborazione Culturale e Scientifica*), Université Hassan-Ier, Marocco (*accordo di Collaborazione Culturale e Scientifica*), École Normale Supérieure de Lyon, Francia (Laboratoire de l'Informatique du Parallélisme), The University of Edinburgh, UK (School of Mathematics), Université de Mons, Belgio (Department of Mathematics and Operational Research), University of Antwerp, Belgio (Computational Mathematics group), Technische Universität Chemnitz, Germania (Department of Mathematics), Università di Passau, Germania (Faculty of Computer Science and Mathematics), University of Hohenheim, Germania (Institute of Applied Mathematics and Statistics), Universitat de Valencia, Spagna (Facultat de Matemàtiques), Georgia Institute of Technology, Georgia, USA (School of Mathematics), University of Houston, Texas, USA (School of Mathematics).

La collaborazione con i settori dell'ingegneria e della chimica del DIEF è consolidata e si svolge anche nell'ambito del trasferimento tecnologico e di progetti di ricerca. Le applicazioni in cui è stato portato un contributo matematico e numerico sono numerose e includono il contatto ruota-rotaia, le reti di distribuzione del gas, la ricostruzione di superfici 3D, l'imputazione di dati mancanti, il monitoraggio energetico mediante tecniche di intelligenza artificiale.

Mostriamo adesso alcuni esempi di collaborazioni con i colleghi del DIEF, senza dare dettagli tecnici, ma cercando di mostrare le sinergie presenti nel Dipartimento ed il potenziale che i modelli matematici e il calcolo scientifico offrono oggi per trattare le complessità dei problemi dell'ingegneria industriale.

Dai modelli tradizionali ai modelli di apprendimento automatico

La lunga collaborazione degli analisti numerici con i colleghi del DIEF è documentata da pubblicazioni e cooperazione in progetti. Alla ricerca con strumenti di analisi numerica tradizionali si è recentemente affiancata quella basata su tecniche di intelligenza artificiale e apprendimento automatico.

Simulazione di impianti industriali e del contatto ruota-rotaia

L'attività di ricerca del gruppo NODA ha maturato un'esperienza ventennale nella risoluzione numerica di sistemi di equazioni e minimi quadrati non lineari con vincoli semplici sulle variabili (Carcasci et al. 2016; Marini, Morini, Porcelli 2018; Meli, Morini, Porcelli 2022; Shi et al. 2023). Per questi problemi sono stati sviluppati diversi algoritmi di cui sono state studiate le proprietà teoriche e la cui implementazione è stata messa a disposizione della comunità scientifica, vedi ad es. i codici STRCNE, TRESNEI, CoDosol.

In particolare, TRESNEI è stato ampiamente utilizzato anche in ambito ingegneristico nel corso di collaborazioni con il gruppo MEVS (Multi Energy Vector Systems Group) e la sezione di Meccanica Applicata del DIEF. Nella prima collaborazione, TRESNEI è stato utilizzato nella simulazione di impianti energetici e di distribuzione del gas. Infatti, processi industriali complessi richiedono strumenti accurati e flessibili per la simulazione di impianti che danno luogo a modelli e codici modulari. Le configurazioni possibili dell'impianto sono definite da una libreria di componenti elementari e ogni componente dell'impianto è descritta da equazioni non lineari che modellizzano le leggi meccaniche e termodinamiche fondamentali. La risoluzione numerica di queste equazioni fornisce le proprietà fisiche (es. temperatura, pressione), la composizione del fluido e le performance dell'impianto (es. salto di pressione). Analogamente, i modelli per le reti di distribuzione del gas naturale sono descritti dalle leggi di conservazione della massa e equazioni per il calcolo delle perdite di carico. La risoluzione numerica di questi modelli richiede la risoluzione di sequenze di sistemi non lineari vincolati, la cui struttura è definita dalla particolare configurazione della rete gas.

Nella seconda collaborazione, il codice TRESNEI è stato utilizzato nella risoluzione di un modello per il contatto tra corpi elastici (ruota-rotaia) volta a determinare l'area di contatto tra i due corpi e la suddivisione di area di adesione e di scivolamento, e le corrispondenti pressioni normali e tangenziali. TRESNEI è stato incluso nel software *Simpack Multibody Simulation* utilizzato dagli ingegneri per l'analisi dinamica di sistemi meccanici e mecatronici.

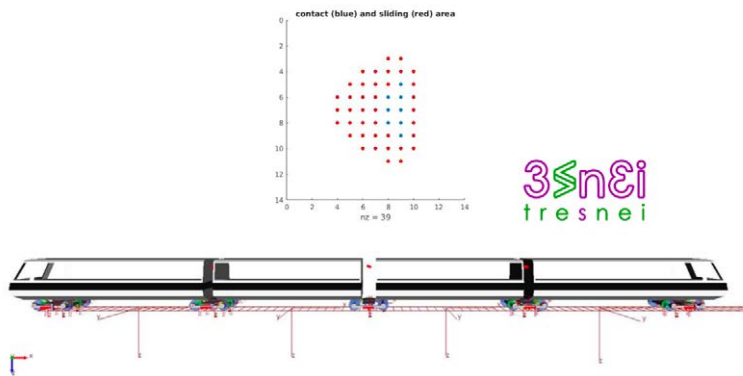


Figura 89 – In alto la ricostruzione dell'impronta di contatto ruota-rotaia in un istante temporale della simulazione (in rosso l'area di contatto e in blu quella di scivolamento). In basso un esempio di veicolo usato come test case nella sperimentazione numerica.

Imputazione di dati mancanti

In molte applicazioni i dati e le misure raccolte, che sono fondamentali per lo sviluppo di modelli di apprendimento automatico, possono essere rappresentati come una matrice della quale non si osservano tutte le entrate ma solo un numero limitato. Le entrate non osservate possono essere viste come misurazioni mancanti o corrotte. Questa è una situazione molto comune e le cause possono essere varie: problemi di comunicazione tra gli apparati di misurazione ed il centro di raccolta dati, malfunzionamento dei sensori che raccolgono i dati, condizioni esterne fuori dal range di operatività ideale della strumentazione. Il problema di recuperare queste misure mancanti viene generalmente indicato come Data Imputation. In Figura 81 un esempio di matrice corrispondente alle misurazioni della velocità del vento media su intervalli di 10 minuti fornite da una turbina eolica in un anno. Gli spazi bianchi corrispondono a dati mancanti o corrotti. In questo caso particolare, i dati mancanti sono dovuti ad errori del sistema di misurazione che non registra i dati, oppure “icing”, ovvero la temperatura ambientale è al di sotto del range di funzionamento dell’anemometro.

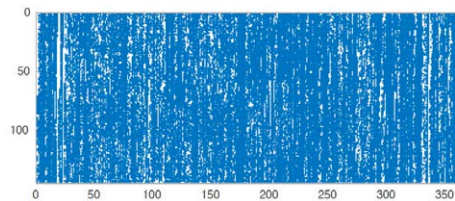


Figura 90 – Dati relativi alla velocità del vento media su intervalli di 10 minuti forniti da una turbina eolica in un anno.

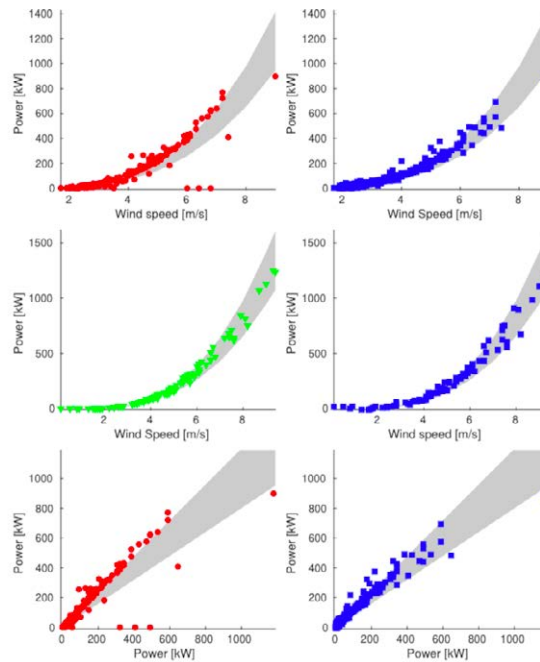


Figura 91 – Nella colonna di sinistra mostriamo i dati della potenza della turbina originali (dall’alto verso il basso: dati corrotti potenza-velocità del vento, dati del validation set potenza-velocità del vento, dati corrotti potenza-potenza ideale), nella destra i dati ricostruiti.

Il gruppo di ricerca NODA, in collaborazione con il gruppo di ricerca Reciprocating Engines and Advanced Systems for Energy (REASE) del DIEF, ha utilizzato algoritmi di matrix completion quali SVT (Cai, Candès, Shen 2010) per l'imputazione di dati mancanti provenienti da un parco eolico situato sull'isola greca di Kedros che comprende 6 turbine eoliche (modello ENERCON E-82 E2) (Silei et al. 2023). Sono stati considerati i dati di ciascuna giornata, scartando i dati corrotti, e sono stati ricostruiti i dati mancanti a partire dall'85% delle misurazioni affidabili. Il rimanente 15% dei dati è stato utilizzato per validare la ricostruzione ottenuta. Nella Figura 82 mostriamo, per un particolare giorno (corrispondente ad una percentuale di dati consistenti fra il 50% e il 75%), il risultato della ricostruzione dei dati di potenza. Mostriamo a sinistra i dati corrotti e a destra quelli ricostruiti. Riportiamo anche i dati del validation set che non sono stati utilizzati nel processo di ricostruzione. L'area grigia indica l'area a cui i dati dovrebbero appartenere per essere ritenuti significativi. Osserviamo come prima cosa che i dati del validation set vengono correttamente ricostruiti e non si ha deterioramento. Inoltre, i dati ricostruiti, corrispondenti ai dati corrotti (esterni all'area curva grigia), appartengono quasi interamente alla curva grigia.

Modelli di apprendimento automatico per il monitoraggio energetico

Il gruppo NODA è fortemente impegnato nello sviluppo di procedimenti di ottimizzazione stocastica per l'allenamento di modelli di apprendimento automatico parameter-free nell'ambito di vari progetti nazionali e internazionali (*Second order methods for optimisation problems in machine learning*, Executive Program of Cooperation in the Field of Science and Technology between the Italian Republic and the Republic of Serbia, PRIN 2022 *Numerical Optimization with Adaptive Accuracy and Applications to Machine Learning*, *MaPLe: Mathematical and Physical approaches to innovative Machine Learning technologies*, Partenariato esteso PE1 FAIR «Future Artificial Intelligence Research» SPOKE 1 Human-Centered AI. Obiettivo 4).

L'utilizzo di questi metodi riduce notevolmente sia il tempo richiesto per la messa a punto del modello, che tipicamente richiede un numero elevato di fasi di allenamento, sia il consumo energetico associato. Questi metodi costituiscono pertanto un passo importante nella direzione della cosiddetta Green AI (Schwartz et al. 2020). D'altra parte, sempre nella direzione della riduzione del consumo energetico, sono diventati di cruciale importanza modelli del comportamento energetico standard di una struttura, un edificio o un macchinario, che permettano di identificare in modo rapido anomalie che portano ad un aumento del consumo. I modelli di apprendimento automatico sono un valido strumento per questo tipo di analisi ma la loro messa a punto richiede un lungo processo di selezione delle caratteristiche del modello e dei dati da utilizzare per il suo allenamento. Il gruppo NODA ha collaborato con il gruppo Multi Energy Vector Systems (MEVS) del DIEF nello sviluppo di modelli basati su reti neurali per il monitoraggio energetico. In particolare, l'utilizzo del codice SIRTR, sviluppato dal gruppo NODA, nella fase di allenamento della rete neurale ha consentito una drastica riduzione del tempo complessivo per la definizione del modello (Zini et al. 2024; Bellavia et al. 2023; Bellavia, Krejic, Morini 2020). Infatti, l'utilizzo di SIRTR consente di ridurre il numero di parametri da scegliere rispetto all'utilizzo di ottimizzatori tradizionali, quali ad esempio il gradiente stocastico. La Figura 83 mostra l'errore quadratico medio sul validation set al crescere del costo computazionale. Si osserva che SIRTR produce la riduzione più rapida dell'errore; è possibile ottenere tale riduzione anche con il gradiente stocastico ma solo con una scelta ad-hoc del parametro denominato learning rate.

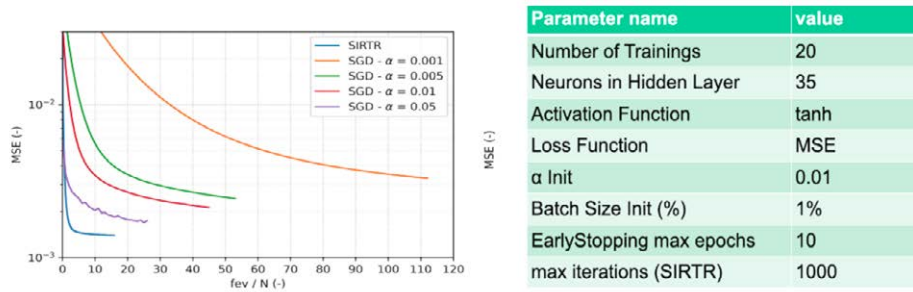


Figura 92 – A sinistra, grafico dell'errore quadratico medio al variare del costo computazionale; a destra, parametri della rete neurale utilizzata.

Riferimenti bibliografici

- Bellavia, S. et al. 2023. "A Stochastic First-Order Trust-Region Method with Inexact Restoration for Finite-Sum Minimization." *Computational Optimization and Applications*.
- Bellavia, S., Krejci, N. e B. Morini. "Inexact Restoration with Subsampled Trust-Region Methods For Finite-Sum Minimization." *Computational Optimization and Applications*.
- Cai, J. F., Candès, E. J., e Z. Shen. 2010. "A Singular Value Thresholding Algorithm For Matrix Completion." *SIAM Journal on Optimization*.
- Carcasci, C. et al. 2016. "A New Modular Procedure For Industrial Plant Simulations And Its Reliable Implementation." *Energy* 94(1): 380-90.
- Marini, L., Morini, B. e M. Porcelli. 2018. "Quasi-Newton Methods for Constrained Nonlinear Systems: Complexity Analysis and Application." *Computational Optimization and Applications* 72(1): 147-70.
- Meli, E. et al. 2022. "Solving Nonlinear Systems of Equations Via Spectral Residual Methods: Stepsize Selection and Applications." *Journal of Scientific Computing* 90: 30.
- Shi, Z. et al. 2023. "A Degraded Adhesion Model for Creep Force Calculation Based on the Contact Algorithm." *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*.
- Schwartz, R. et al. 2020. "Green AI." *Commun.*
- Silei, M. et al. 2023. "Recovering Corrupted Data in Wind Farm Measurements: A Matrix Completion Approach." *Energies* 16: 1996-2073.
- Zini, M. et al. 2024. "Tuning-free Stochastic Optimization for Neural Network Training in Building Energy Prediction."